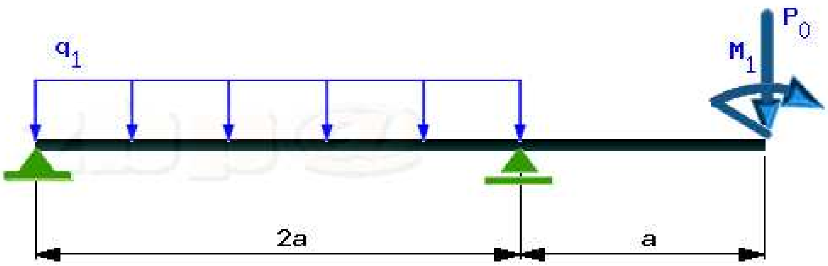
Dla belki przedstwionej na rysunku i obciążonej w podany sposób wyznacz ugiecie dla x=1500 wykorzystujac twierdzenie Castigliano

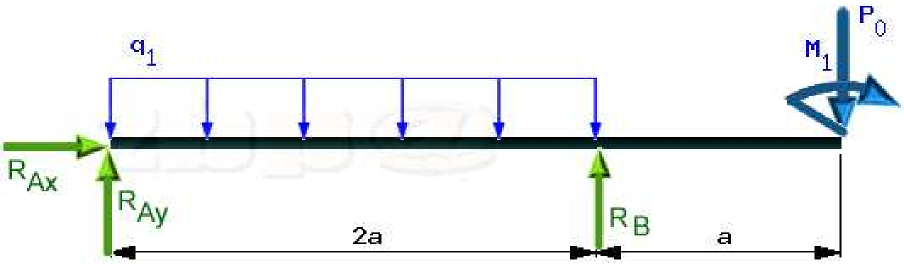


gdy:
$a=500$ mm
$q_1= 1$ N/mm
$P_0= 0$
$M_1= 0.4q_1a^2 = 100000$ Nmm

W punkcie x = 3a nie ma przyłożonej żadnej siły P, by można było obliczyć przemieszczenie uogólnione w tym punkcie musi działać w nim siła uogólniona. Ponieważ jej nie ma - przymij dodatkową siłę $P_0=0$.

Poszukiwane ugięcie można obliczyć z zależności $f\Big|_{x=3a} = \dfrac{\partial V}{\partial P_0}$

Gdzie V to energia sprężysta odkształconej belki, która jest zginana. By energię tą obliczyć należy wyznaczyć momenty gnące które w tej belce działają. Musimy zatem, po uwolnieniu belki od wiezów, napisac warunki równowagi



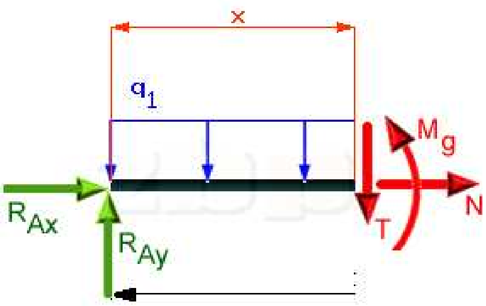
$\Sigma M_{iA} = + M_1 + P_0 \cdot 3a + q_1 \cdot 2a \cdot a - R_B \cdot 2a = 0$
$\Sigma M_{iB} = + M_1 + P_0 \cdot a - q_1 \cdot 2a \cdot a + R_{Ay} \cdot 2a = 0$

Wyznaczone reakcje z powyższego układu równań wynoszą:

$R_{Ay}= 0.8q_1a-0.5P_0 = 400$ N,
$R_B= 1.2q_1a+1.5P_0 = 600$ N

W poszczególnych przedziałach momenty gnące przedstawiają następujące zależności:

Dla 0 < x < 2 a



$$M_g= + R_a \cdot x - \frac{q_1 \cdot x \cdot x}{2}$$

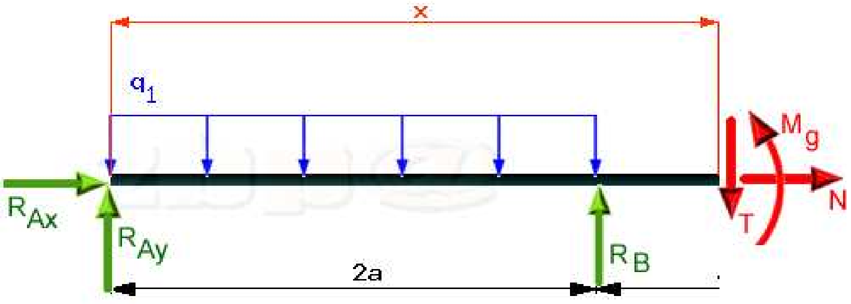
Po podstawieniu do równania powyżej reakcji otrzymujesz

$$M_g= + (0.8q_1a-0.5P_0) \cdot x - \frac{q_1 \cdot x \cdot x}{2}$$

a obliczona pochodna M_g to

$$\frac{dM_g}{dP_0} = +(-0.5)x$$

Dla 2 a < x < 3 a



$$M_g = + R_a \cdot x + R_b \cdot (x-2a) - q_1 \cdot 2a \cdot (x-1a)$$

Po podstawieniu do równania powyżej reakcji otrzymujesz

$$M_g = + (0.8q_1a-0.5P_0) \cdot x + (1.2q_1a+1.5P_0) \cdot (x-2a) - q_1 \cdot 2a \cdot (x-1a)$$

a obliczona pochodna M_g to

$$\frac{dM_g}{dP_0} = +(-0.5)x+(1.5)(x-2a)$$

Ostatecznie podstawiając wyznaczone zależności dla poszczególnych przedziałów możesz obliczyć ugięcie w interesujacym Cię punktcie.

$$f\Big|_{x=3a} = \frac{\partial V}{\partial P_0} = \sum \int \frac{1}{EJ_z} M_g \frac{dM_g}{dP_0}\, dx$$

Wynosi ono:

$$f\Big|_{x=3a} = \frac{\partial V}{\partial P_0} = \frac{1}{EJ_z}\int_0^{2a} \left[+ R_a \cdot x - \frac{q_1 \cdot x \cdot x}{2} \right]\left[+(-0.5)x\right]dx$$

$$+\frac{1}{EJ_z}\int_{2a}^{3a} \left[+ R_a \cdot x + R_b \cdot (x-2a) - q_1 \cdot 2a \cdot (x-1a) \right]\left[+(-0.5)x+(1.5)(x-2a)\right]dx$$

obliczając wszystkie całki w poszczególnych przedziałach otrzymujesz interesujące Cię ugięcie

$$y = f\Big|_{x=3a} = 0.13\,\frac{q_1 a^4}{EJ_z}$$

Ugięcie dla tak obciążonej belki możesz również wyznaczać stosując metodę Clebscha.