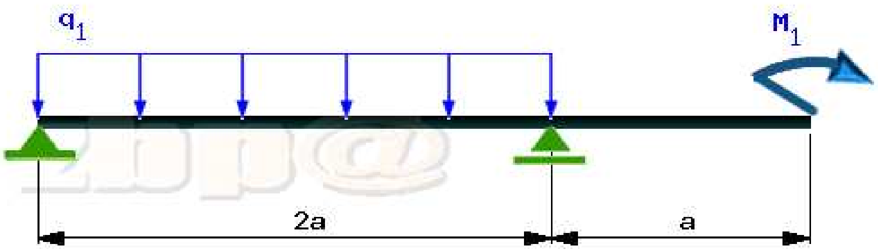
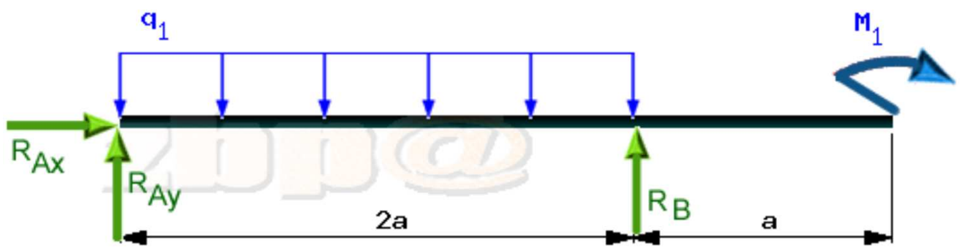
Dla belki przedstwionej na rysunku i obciążonej w podany sposób wyznaczyć ugięcie i jej kąt obrotu



gdy:
$a = 500$ mm
$q_1 = 1$ N/mm
$M_1 = 0.4 q_1 a^2 = 100000$ N

Po uwolnieniu od więzów, możemy napisać warunki równowagi



$\Sigma M_{iA} = + M_1 + q_1 \cdot 2a \cdot a - R_B \cdot 2a = 0$
$\Sigma M_{iB} = + M_1 - q_1 \cdot 2a \cdot a + R_{Ay} \cdot 2a = 0$

Wyznaczone reakcje z powyższego układu równań wynoszą:

$R_{Ay} = 0.8\, q_1 a = 400$ N,
$R_B = 1.2\, q_1 a = 600$ N

Równanie różniczkowe ugięcia belki, oraz kolejne całkowania tego równania zapisz w następującej postaci

$$EJ_z \frac{d^2y}{dx^2} = + R_{Ay} \cdot x - \frac{q_1 \cdot x^2}{2} \Bigg| + R_B \cdot (x-2a) + \frac{q_1 \cdot (x-2a)^2}{2} \Bigg|$$

$$EJ_z \frac{dy}{dx} = C + \frac{R_{Ay} \cdot x^2}{2} - \frac{q_1 \cdot x^3}{6} \Bigg| + \frac{R_B \cdot (x-2a)^2}{2} + \frac{q_1 \cdot (x-2a)^3}{6} \Bigg|$$

$$EJ_z\, y = D + C \cdot x + \frac{R_{Ay} \cdot x^3}{6} - \frac{q_1 \cdot x^4}{24} \Bigg| + \frac{R_B \cdot (x-2a)^3}{6} + \frac{q_1 \cdot (x-2a)^4}{24} \Bigg|$$

$0 < x < 2\,a$

$2\,a < x < 3\,a$

Do wyznaczenia stałych całkowania wykorzystaj warunki brzegowe

podpora A to x=0 (występuje w przedziale 1) ugięcie w niej wynosi y=0. Ten warunek można opisać równaniem:

$$EJ_z\, 0 = D + C \cdot 0 + \underline{R_{Ay} \cdot (0)^3} - \underline{q_1 \cdot (0)^4} \Big|$$

$$\frac{}{6} \qquad \frac{}{24}$$

0 < x < 2 a

podpora B to x=2a (występuje w przedziale 1) ugięcie w niej wynosi y=0. Ten warunek można opisać równaniem:

$$EJ_z\, 0 = D + C\cdot 2a + \frac{R_{Ay}\cdot(2a)^3}{6} - \frac{q_1\cdot(2a)^4}{24}$$

0 < x < 2 a

Z ostatnich dwu równań wyznaczasz stałe całkowania D=0 i $C=-0.2q_1a^3$

Teraz równanie ugięcia belki wygląda następująco:

$$y = \frac{1}{EJ_z}\left[+ -0.200\cdot q_1a^3\cdot x + \frac{R_{Ay}\cdot x^3}{6} - \frac{q_1\cdot x^4}{24} + \frac{R_B\cdot(x-2a)^3}{6} + \frac{q_1\cdot(x-2a)^4}{24} \right]$$

0 < x < 2 a

2 a < x < 3 a

a równanie katów obrotu:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{EJ_z}\left[-0.200\cdot q_1a^3 + \frac{R_{Ay}\cdot x^2}{2} - \frac{q_1\cdot x^3}{6} + \frac{R_B\cdot(x-2a)^2}{2} + \frac{q_1\cdot(x-2a)^3}{6} \right]$$

0 < x < 2 a

2 a < x < 3 a

ugięcia dla x=500, 1500 mm.

x=a (x=500) to przedział 1 ugięcie wynosi zatem

$$y\Big|_{x=1a} = \frac{1}{EJ_z}\left[+ -0.200q_1a^3\cdot a + \frac{R_{Ay}\cdot(a)^3}{6} - \frac{q_1\cdot(a)^4}{24} \right] = -0.108\,\frac{q_1a^4}{EJ_z}$$

0 < x < 2 a

x=3a (x=1500) to przedział 2 ugięcie wynosi zatem

$$y_{x=3a} = \frac{1}{EJ_z}\left[+ -0.200q_1a^3\cdot 3a + \frac{R_{Ay}\cdot(3a)^3}{6} - \frac{q_1\cdot(3a)^4}{24} + \frac{R_B\cdot(3a-2a)^3}{6} + \frac{q_1\cdot(3a-2a)^4}{24} \right] = -0.133\,\frac{q_1a^4}{EJ_z}$$

2 a < x < 3 a

katy obrotu dla x=500, 1500 mm.
x=a (x=500) to przedział 1 ugięcie wynosi zatem

$$\frac{dy}{dx}\Big|_{x=1a} = \frac{1}{EJ_z}\left[-0.200q_1a^3 + \frac{R_{Ay}\cdot(a)^2}{2} - \frac{q_1\cdot(a)^3}{6} \right] = 0.033\,\frac{q_1a^3}{EJ_z}$$

0 < x < 2 a

x=3a (x=1500) to przedział 2 ugięcie wynosi zatem

$$\frac{dy}{dx_{x=3a}} = \frac{1}{EJ_z}\left[-0.200q_1a^3 + \frac{R_{Ay}\cdot(3a)^2}{2} - \frac{q_1\cdot(3a)^3}{6} + \frac{R_B\cdot(3a-2a)^2}{2} + \frac{q_1\cdot(3a-2a)^3}{6} \right] = -0.333\,\frac{q_1a^3}{EJ_z}$$

2 a < x < 3 a

maksymalne ugięcie belki f_{max}=0.006 (-0.133) $\frac{q_1 a^4}{EJ_z}$

Ugięcie jak i kąt obrotu belki możemy obliczyć w dowolnym jej punkcie, a te wyniki przedstawić na wykresach poniżej