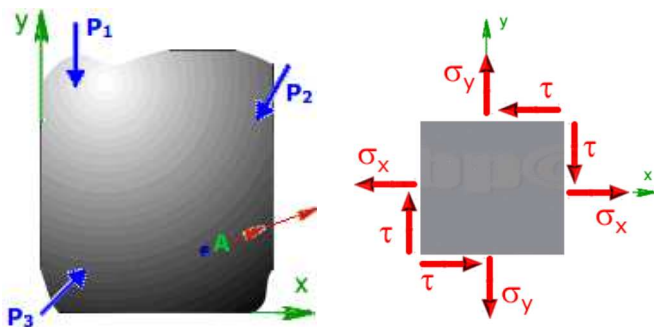


Element konstrukcyjny jest obciążony siłami P w przedstawiony sposób. W przyjętym układzie współrzędnych, w punkcie A wyznaczono naprężenia $\sigma_x = 120$ MPa, $\sigma_y = 40$ MPa, $\tau_x = 80$ MPa. Wyznacz naprężenia główne występujące w tym punkcie, narysuj ten element i występujące naprężenia. Przedstaw również rozwiązanie graficzne na kole Mohra.



Naprężenia główne obliczamy z zależności:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\sigma_1 = \frac{120 + 40}{2} + \sqrt{\left(\frac{120 - 40}{2}\right)^2 + 80^2} = 169 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{120 + 40}{2} - \sqrt{\left(\frac{120 - 40}{2}\right)^2 + 80^2} = -9 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{120 - 40}{2}\right)^2 + 80^2} = 89 \text{ MPa}$$

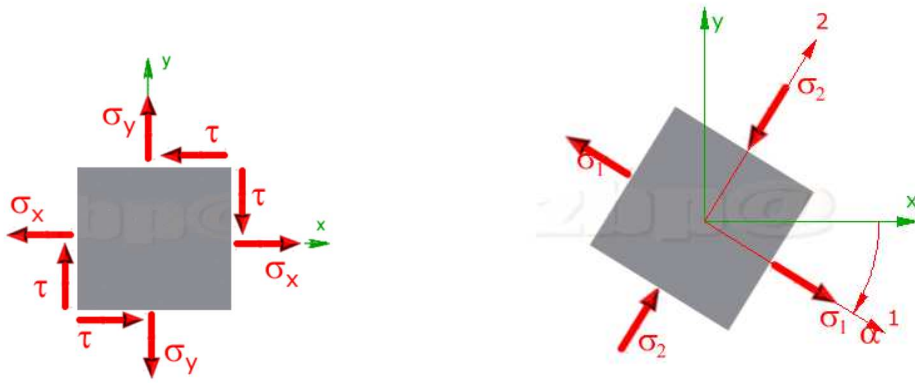
$$\text{tg}(2\alpha) = \frac{2\tau}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$\text{tg}(2\alpha) = \frac{2 \cdot 80}{120 - 40} = 2$$

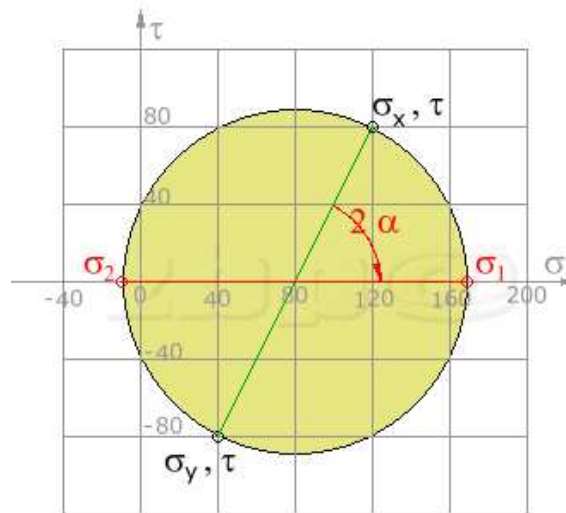
$$2\alpha = \text{arctg}(2)$$

$$\alpha = 31.72^\circ$$

naprężenia główne σ_1 i σ_2 są obrócone o kąt $\alpha = 31.72^\circ$ w stosunku do pierwotnego układu współrzędnych jak pokazano na rysunku. W tym przypadku kąt α odmierza od osi x lub y przeciwnie do ruchu trygonometrycznego.



Naprezenia w punkcie A znane z treści zadania, oraz obliczone naprezenia główne przedstawic mozna na kole Mohra



Niezmienniki rozpatrywanego stanu naprężenia to:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y$$

$$I_1 = 169.44 + (-9.44) = 120 + 40$$

$$I_1 = 160 = 160 = \text{const}$$

$$I_2 = \sigma_1 \cdot \sigma_2 = \sigma_x \cdot \sigma_y - \tau^2$$

$$I_2 = 169.44 \cdot (-9.44) = 120 \cdot 40 - 80^2$$

$$I_2 = -1600 = -1600 = \text{const}$$