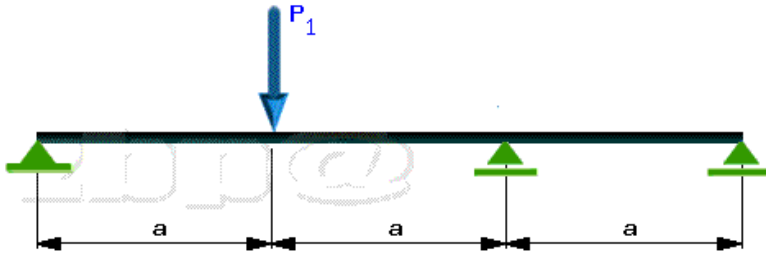
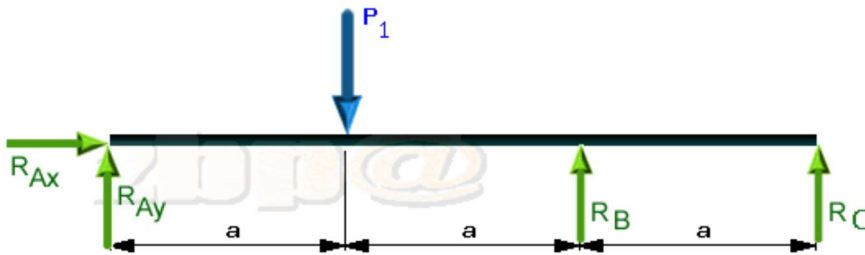


**Dla belki przedstawionej na rysunku i obciążonej w podany sposób wyznaczyć wykresy momentów gnących i sił tnących**

gdy:  
 $a = 100 \text{ mm}$   
 $P_1 = 500 \text{ N}$



Po uwolnieniu od więzów, możemy napisać warunki równowagi



$$\begin{aligned} \Sigma F_{ix} &= R_{Ax} = 0 \\ \Sigma M_{iA} &= P_1 a - R_B 2a - R_C 3a = 0 \\ \Sigma M_{iB} &= -P_1 2a + R_A 3a + R_B a = 0 \end{aligned}$$

Pisząc warunki równowagi otrzymujemy układ 3 równań, a jak widzimy niewiadomych reakcji jest 4. Układ jest zatem jednokrotnie statycznie niewyznaczalny. Musimy poszukiwać dodatkowego równania które umożliwi nam rozwiązanie otrzymanego układu równań. Wykorzystamy w tym celu twierdzenie Menabreii - pochodna energii sprężystej względem wielkości statycznie niewyznaczonej równań jest 0. Jako wielkość statycznie niewyznaczalną przyjmijmy  $R_{Ay}$ , więc

$$\frac{\partial V}{\partial R_{Ay}} = 0$$

z układu równań możemy zatem obliczyć przyjmując  $R_{Ay}$  już jako znaną wielkość

$$\begin{aligned} R_B &= 2P_1 - 3R_{Ay}, \\ R_C &= 2R_{Ay} - P_1, \end{aligned}$$

W poszczególnych przedziałach momenty gnące są następujące :

**Dla  $0 < x < a$**

$$M_g = R_{Ay} x$$

$$a \frac{dM_g}{dR_{Ay}} = x$$

**Dla  $1 a < x < 2 a$**

$$M_g = R_{Ay} x - P_1(x-l)$$

$$a \frac{dM_g}{dR_{Ay}} = x$$

**Dla  $2 a < x < 3 a$**

$$\begin{aligned} M_g &= R_{Ay} x - P_1(x-l) + R_B(x-2l) \text{ po podstawieniu } R_B \\ M_g &= R_{Ay} x - P_1(x-l) + (2P_1 - 3R_{Ay})(x-2l) \end{aligned}$$

$$a \quad \frac{dM_g}{dR_{Ay}} = x - 3(x - 2l) = 6l - 2x$$

Znając momenty gnące w poszczególnych przedziałach oraz pochodne tych momentów względem wielkości statyczne niewyznaczalnych możemy napisać dodatkowe (brakujące) równanie wykorzystując twierdzenie Menabreii:

$$\int_0^a R_{Ay} x \, dx + \int_a^{2a} [R_{Ay} x - P_1(x-a)] \, dx + \int_{2a}^{3a} [R_{Ay} x - P_1(x-a) + (2P_1 - 3R_{Ay})(x - 2a)](6l - 2x) \, dx = 0$$

obliczając ostatnie otrzymujesz równanie :

$$8 R_{Ay} a^3 - 3 P_1 a^3 = 0$$

które jest brakującym równaniem. Teraz rozwiązując układ równań otrzymasz:

$$R_{Ay} = 0.375 P_1$$

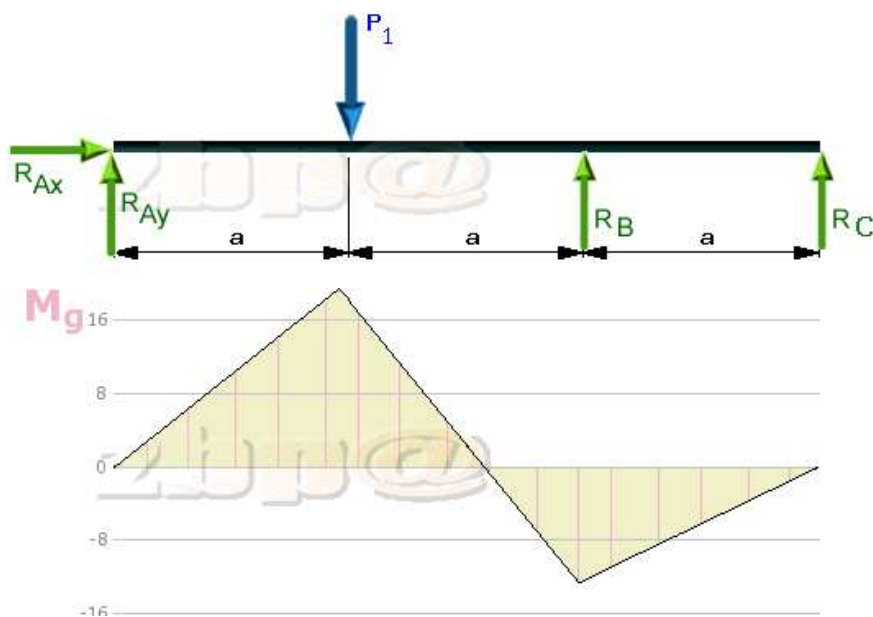
$$R_B = 0.875 P_1$$

$$R_C = -0.25 P_1$$

Wykorzystując obliczone reakcje w podporach belki możemy wyznaczyć wielkości  $M_g$  i  $T$  na końcach rozpatrywanych przedziałów belki

	$0 < x < a$		$a < x < 2a$		$2a < x < 3a$	
x	0	a	a	2a	2a	3a
$M_g$	0	$0.375 P_1 a$ (187.5 Nm)	$0.375 P_1 a$ (187.5 Nm)	$-0.25 P_1 a$ (125 Nm)	$-0.25 P_1 a$ (125 Nm)	0
T	$0.375 P_1$ (187.5 N)	$0.375 P_1$ (187.5 N)	$-0.625 P_1$ (312.5 N)	$-0.625 P_1$ (312.5 N)	$0.25 P_1$ (125 N)	$0.25 P_1$ (125 N)

Na podstawie wyznaczonych zależności wykresy  $M_g$  i  $T$  dla rozpatrywanej belki przedstawiają wykresy poniżej:



T

