

Pręt o zmiennym przekroju ($3A$ oraz A) znajduje się między dwoma nieodkształcalnymi elementami, obciążony jest siłami pokazanymi na rysunku. Wyznaczyć wymagany przekrój A pręta gdy przyłożona siła $P = 10$ kN.
Dla materiału pręta $E = 2.1 \cdot 10^5$ MPa, $k_r = 120$ MPa.

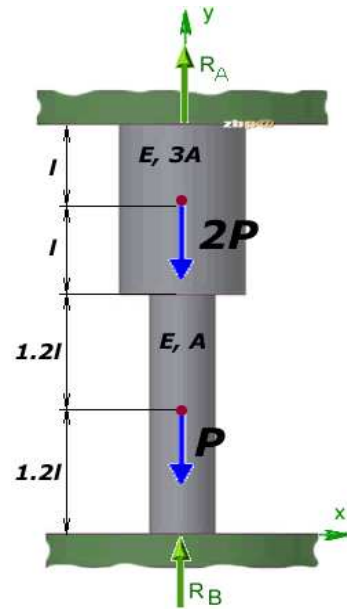
Rozwiązując postawione zadanie należy wpierv uwolnić od więzów zamocowany pręt i napisać warunki równowagi.

Z sumy rzutów wszystkich sił na oś y otrzymano:

$$\sum F_{iy} = R_A - 2P - P + R_B = 0,$$

$$\sum F_{ix} = 0,$$

Zagadnienia nie można rozwiązać na bazie statyki - mamy jedno równanie dwie niewiadome - brakuje równań. Zadanie jest jednokrotnie statycznie niewyznaczalne. Dodatkowych równań poszukiwać będziemy w odkształceniach rozpatrywanego elementu. Ponieważ odległość między zamocowaniami pręta nie ulega zmianie - to całkowite odkształcenie pręta $\Delta l_C = 0$



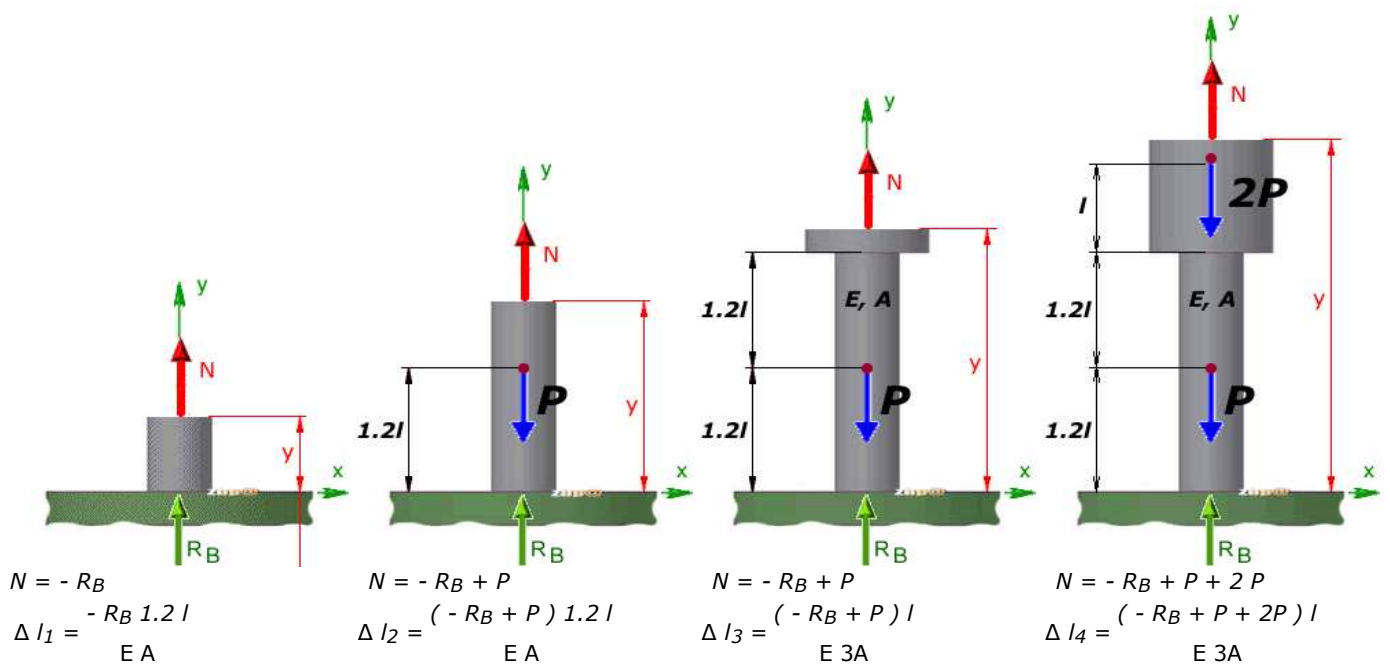
w poszczególnych przedziałach występują siły N_1, N_2, \dots które wywołują wydłużenia $\Delta l_1, \Delta l_2, \dots$

$$0 < y < 1.2l$$

$$1.2 < y < 2.4l$$

$$2.4 < y < 3.4l$$

$$3.4 < y < 4.4l$$



znając wydłużenia pręta w poszczególnych przedziałach wykorzystujemy fakt wcześniejsze spostrzeżenia i

$$\Delta l_c = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 = 0$$

podstawiając teraz odpowiednie zależności otrzymujemy

$$-\frac{R_B}{E A} 1.2 l + \frac{(-R_B + P)}{E A} 1.2 l + \frac{(-R_B + P)}{E 3A} l + \frac{(-R_B + P + 2P)}{E 3A} l = 0$$

a rozwiązując to równanie wyznaczamy

$$R_B = 0.43 P$$

a znając reakcje wiemy już jakie siły normalne działają w poszczególnych przedziałach

$$N = -0.43 P$$

$$N = 0.57 P$$

$$N = 0.57 P$$

$$N = 2.57 P$$

oraz naprężenia, które wyznaczamy w każdym przedziale z zależności

$$\sigma() = \frac{N()}{A()}$$

wynoszą odpowiednio

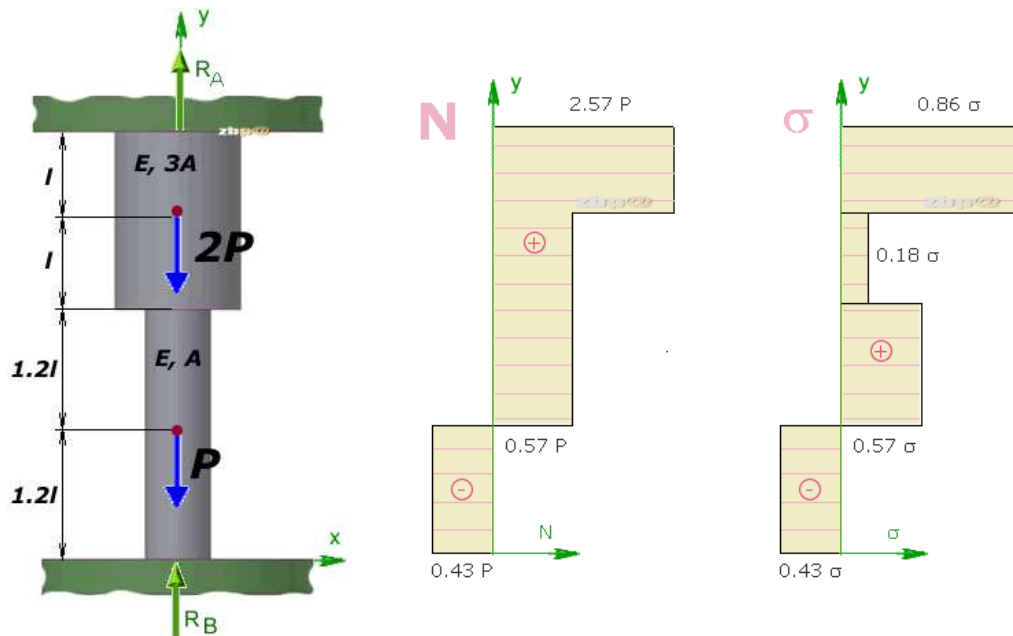
$$\sigma_1 = -0.43 \frac{P}{A}$$

$$\sigma_2 = 0.57 \frac{P}{A}$$

$$\sigma_3 = 0.19 \frac{P}{A}$$

$$\sigma_4 = 0.86 \frac{P}{A}$$

Wyznaczone wielkości sił normalnych i odpowiadających im naprężeń możemy przedstawić na wykresach



największe naprężenie musi spełniać warunek wytrzymałości

$$\sigma_{max} = \sigma_4 = 0.86 \frac{P}{A} < k_r$$

wymagane pole przekroju pręta to

$$A > 0.86 \frac{P}{k_r} = 0.86 \frac{10\,000}{120} = 71.67 \text{ mm}^2$$

odpowiada temu średnica

$$d > \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 71.67}{\pi}} = 9.55 \text{ mm}$$

przyjmuję więc $d = 10 \text{ mm}$