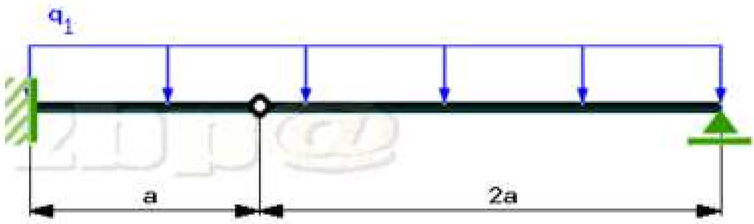
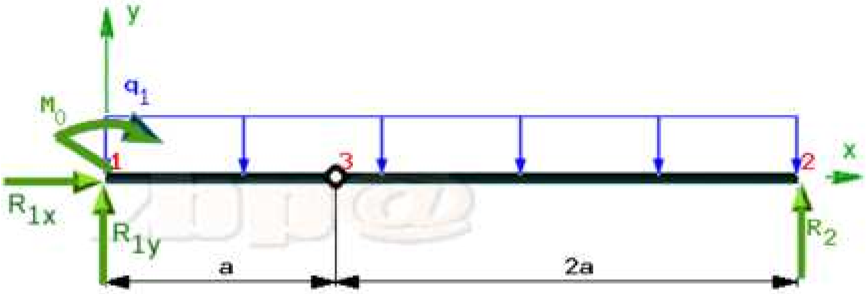
Dla belki przedstawionej na rysunku i obciążonej w podany sposób wyznaczyć ugięcie, oraz katy ugięcia w przegubie.



a = 100 mm
q = q_1= 1 N/mm

Po uwolnieniu od więzów belka jest obciążona w następujący sposób



możesz teraz napisać warunki równowagi:

$\Sigma F_{ix}= R_{1x} = 0$
$\Sigma M_{i1}= -R_2 \cdot 3a+q_1 \cdot 3a \cdot 1.5a+M_0 = 0$
$\Sigma M_{i2}= +R_1 \cdot 3a-q_1 \cdot 3a \cdot 1.5a+M_0 = 0$
$\Sigma M_{i3}= +R_1 \cdot 1a-q_1 \cdot 1a \cdot 0.5a+M_0 = 0$

po rozwiązaniu tego układu równań otrzymujesz wielkości reakcji w podporach:

$M_0 = -1.5qa^2$ (-15000 Nmm)
$R_2 = qa$ (100 N)
$R_1 = 2qa$ (200 N)

W poszczególnych przedziałach momenty gnące możesz opisać zależnościami:

dla **0a < x < 1a**
$M_g= +R_{1y} \cdot x+M_0-q_1 \cdot x \cdot x/2$

w rozpatrywanym przedziale może wystąpić maksimum M_g kiedy

$$\frac{dM_g}{dx}=+R_{1y}-q_1 \cdot x=0$$

obliczając x otrzymujemy

$$x=\frac{+R_{1y}}{q_1}$$

maksimum funkcji dla x= 2a - jest to zatem poza rozpatrywanym przedziałem.
W rozpatrywanym przedziale funckji M_g nie posiada ekstremum.

dla **1a < x < 3a**
$M_g= +R_{1y} \cdot x+M_0-q_1 \cdot x \cdot x/2$

w rozpatrywanym przedziale może wystąpić maksimum M_g kiedy

$$\frac{dM_g}{dx}=+R_{1y}-q_1 \cdot x=0$$

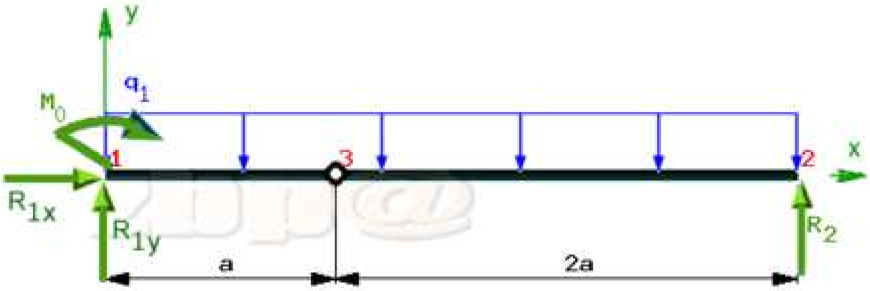
obliczając x otrzymujemy

$$x=\frac{+R_{1y}}{q_1}$$

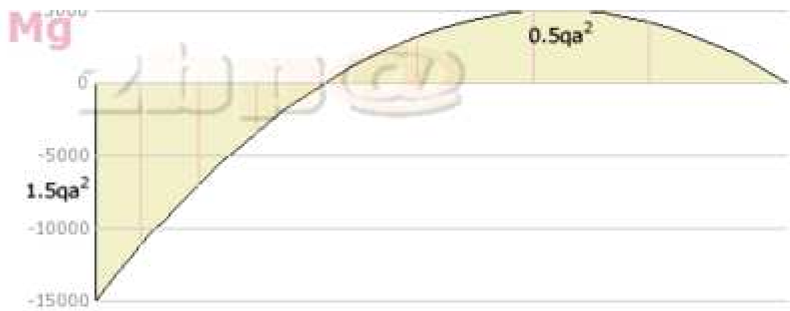
w przedziale faktycznie występuje ekstremum M_g dla x= 2a

Wartości momentów gnących i sił tnących w poszczególnych przedziałach sa następujące:

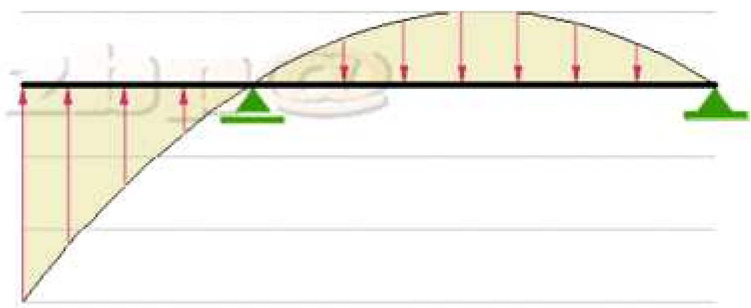
x [mm]	M_g	[Nmm]
0a	$-1.5qa^2$	-15000
1a	0	0
1a	0	0
2a	$0.5qa^2$	5000
3a	0	0



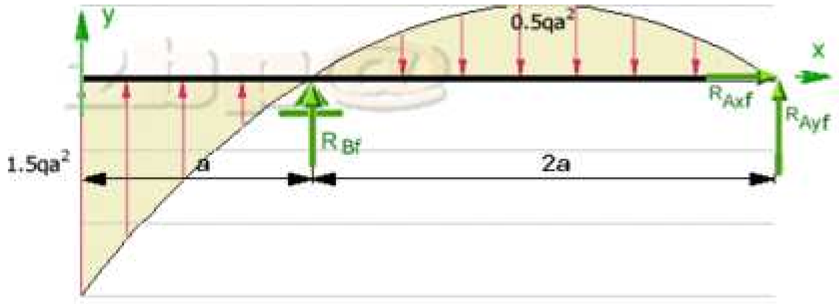
wykres momentu gnącego dla belki obciążonej w podany sposób jest następujący



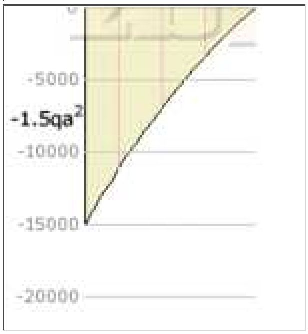
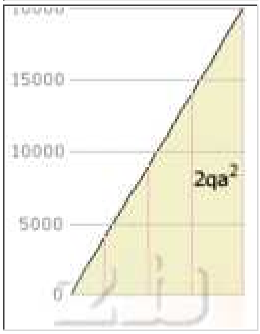
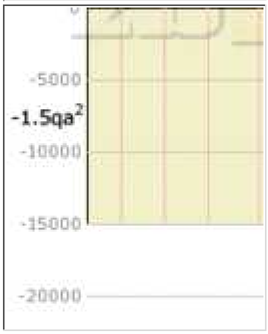
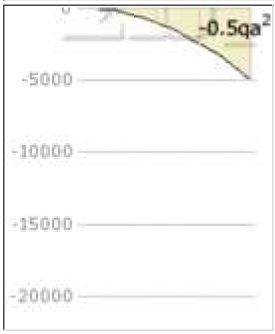
teraz ten moment gnący jest obciążeniem fikcyjnym, belki fikcyjnej. Dla tej fikcyjnej belki należy wprowadzić zmiany w jej podparciu (zamocowanie na początku belki - zastąpić zakończeniem swobodnym na początku belki, przegub zaś podporą) jak przedstawiono to na rysunku poniżej. Obciążenie fikcyjne zawsze skierowane jest w stronę belki.



Uwalniamy belkę fikcyjną od więzów i piszemy warunki równowagi



W pierwszym przedziale **0 < x < a** wykres momentu gnącego przedstwiono na wykresie powyżej. Moment gnący w tym przedziale posiada trzy składowe, poszczególne skladowe tego wylresu też przedstawiono na wykresach w tabeli poniżej.

M_g	=	$+R_{1y}\cdot x$	$+M_0$	$-\frac{q\cdot x^2}{2}$
	=			
pole wykresu		$\frac{1}{2}\,2qa^2\cdot a$	$1.5qa^2\cdot a$	$\frac{1}{3}\,0.5qa^2\cdot a$
suma pól składowych wykresu z uwzglednieniem znaków				
		$A_f = -0.667\ qa^3$ równa jest polu wypadkowemu momentu gnącego		
środek ciężkości pola		$\frac{2}{3}\,a$	$\frac{1}{2}a$	$\frac{3}{4}a$
moment statyczny pól	=	$+\frac{1}{2}\,2qa^2\cdot a\,\frac{2}{3}\,a$	$-1.5qa^2\cdot a\,\frac{1}{2}\,a$	$-\frac{1}{3}\,0.5qa^2\cdot a\,\frac{3}{4}\,a$
		$S_f = -0.208\ qa^4$		
Środek ciężkości pola wypadkowego znajduje się w odległości				
		$x_c = \frac{S_f}{A_f} = \frac{-0.208\ qa^4}{-0.667\ qa^3} = 0.312\ a$ od początku przyjętego układu współrzędnych		

Równania równowagi dla uwolninej od więzów belki fikcyjnej są następujące:

$\Sigma F_{ix} = R_{Axf} = 0$

$$\Sigma F_{iy} = R_{Ayf} + R_{Bf} + 0.667\ qa^3 - \frac{2}{3}0.5qa^2\cdot 2a \quad = 0$$

$$\Sigma M_{iA} = R_{Bf}\cdot 2a + 0.667\ qa^3\cdot(3a - x_c) \ - \frac{2}{3}0.5qa^2\cdot 2a\cdot a \quad = 0$$

Rozwiązanie tego układu równań pozwala wyznaczyć:

$R_{Bf} = -0.5629\ qa^3$

$R_{Af} = 0.5626\ qa^3$

Znając reakcje fikcyjne, można wyznaczyć ugięcie przegubu, gdy obliczysz fikcyjny moment gnący jaki występuje w tym miejscu w belce fikcyjnej. Wynosi on:

$M_{gf}^{B} = 0.667\ qa^3(a - x_c)$

zaś ugięcie to:

$$y_c = -\frac{M_{gf}^{B}}{EJ} = -\frac{0.667\ qa^3(a - x_c)}{EJ} = -\frac{0.667\ qa^3(a - 0.312\ a)}{EJ} = -0.458\ \frac{qa^4}{EJ}$$

oraz kąt obrotu w przegubie lewej belki Θ_{Bl} , gdy znasz fikcyjną siłę tnącą

$T_f^{Bl} = 0.667\ qa^3$

$$\Theta_{Bl} = -\frac{T_f^{Bl}}{EJ} = -\frac{0.667\ qa^3}{EJ} = -\frac{0.667\ qa^3}{EJ} = -0.667\ \frac{qa^3}{EJ}$$

w tym samym punkcie obrót prawej części belki Θ_{cp}, przy znajomość siły tnącej

$T_f^{Bp} = 0.667\ qa^3 + R_{Bf}$

to:

$$\Theta_{Bp} = -\frac{T_f^{Bp}}{EJ} = -\frac{0.667\ qa^3 + R_{Bf}}{EJ} = -\frac{0.667\ qa^3 - 0.5629\ qa^3}{EJ} = -0.104\ \frac{qa^3}{EJ}$$