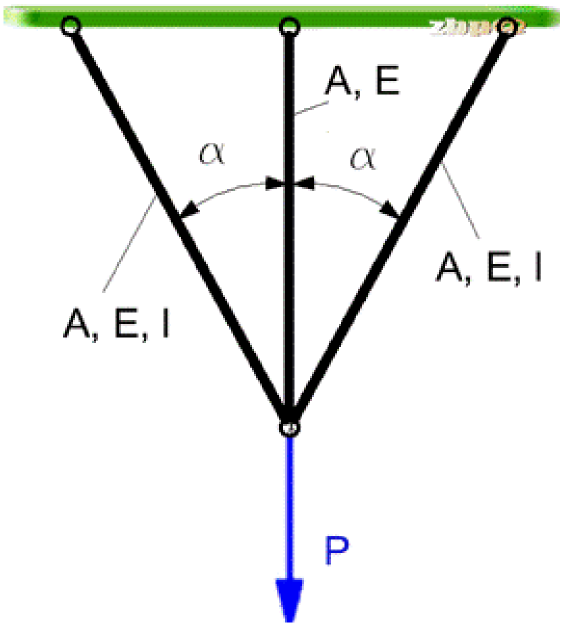
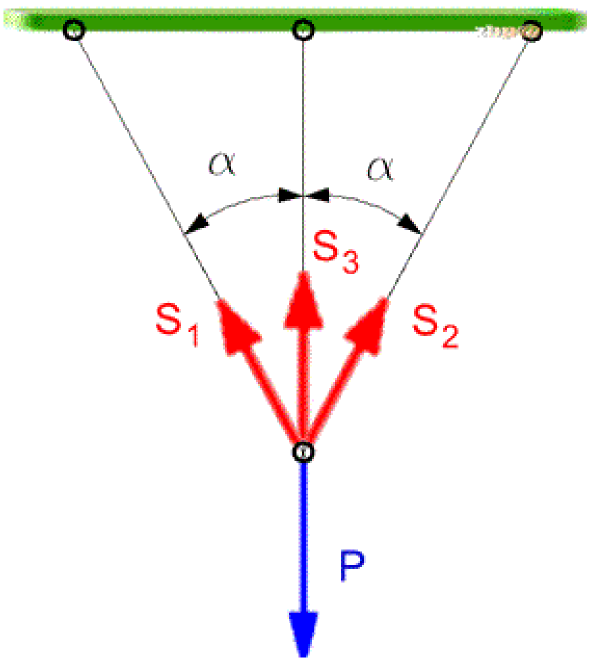


Dla układu prętowego przedstawionego na rysunku i obciążonego siłą P wyznaczyć pole przekroju prętów.



Układ prętowy uwolniony od więzów jest układem płaskim zbieżnym.

Dla tego układu możemy napisać następujące warunki równowagi:

$$\sum F_{ix} \equiv -S_1 \cdot \sin(\alpha) + S_2 \cdot \sin(\alpha) = 0$$
$$\sum F_{iy} \equiv -S_1 \cdot \cos(\alpha) + S_2 \cdot \cos(\alpha) + S_3 - P = 0$$

Równania te zawierają 3 niewiadome S_1, S_2, S_3. Układ równiań nie można rozwiązać. Zadanie jest jednokrotnie statycznie niewyznaczalne. Dodatkowe równanie znajdziemy z odkształceń rozpatrywanego układu.

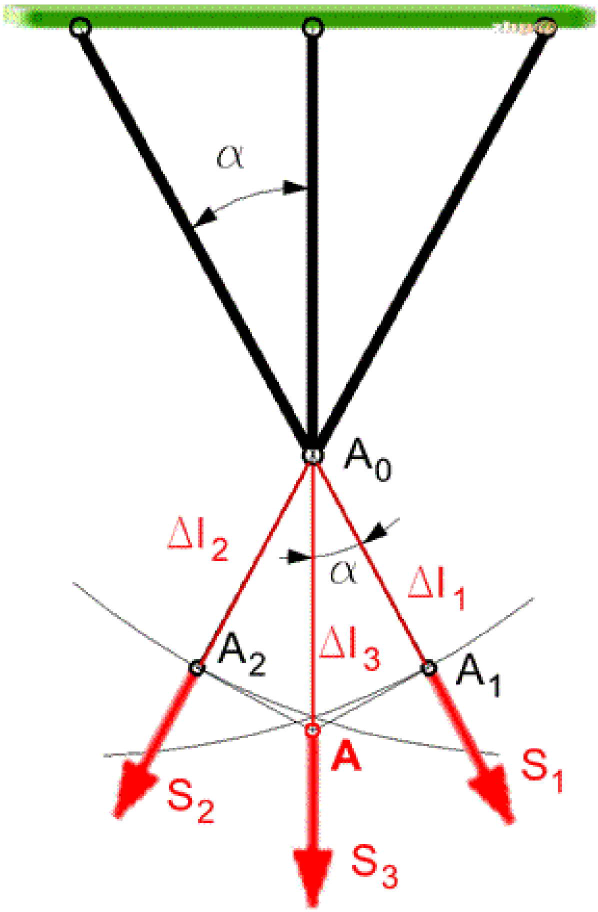
Ponieważ pręty są odkształcalne, każdy z nich odkształca się pod wpływem działania siły. Wydłużenie pręta 1 wynosi:

$$\Delta l_1 = \frac{S_1 \cdot l_1}{E \cdot A},$$

Analogicznie dla pręta 2 i 3

$$\Delta l_2 = \frac{S_2 \cdot l_2}{E \cdot A}, \quad \Delta l_3 = \frac{S_3 \cdot l_3 \cdot \cos(\alpha)}{E \cdot A}$$

Każdy z tych pretów ulega wydłużeniu wzdłuż osi pręta odpowiednio o Δl_1, Δl_2 i Δl_3. Przy braku ich połączenia w punkcie A, końce prętów 1 i 2 przemieszczają się do punktów A_1 i A_2. Ponieaż to połączenie w punkcie A występuje, końce pretów A_1 i A_2 muszą być we wspólnym punckie A. Końce prętów A_1 i A_2 poruszają się zatem po łukach wynikających z warunków zamocowania prętów. Punkty B i C są nieruchome - są środkami tych łuków. Łuki te przecinają się w punkcie A. Pręt 3 również się wydłużą i musi się znaleźć w punkcie A. Przy analizie obrotu prętów 1 i 2, możemy zastąpić występujące łuki odpowiednimi stycznymi do tych łuków w punktach A_1 i A_2 .



Z analizy zachowania się poszczególnych przemieszczeń z punktu A_0 do A powstały dwa takie same trójkąty prostokątne ΔA_0A_2A i ΔA_0A_1A.

Występuje równość sił $S_1 = S_2$ otrzymana z warunków równowagi,

Sprawia, to że odpowiadające tym obciążeniom wydłużenia są identyczne $\Delta l_1 = \Delta l_2$.

Dla powstałego trójkąta ΔA_0A_2A można zapisać następującą zależność:

$$\frac{\Delta l_2}{\Delta l_3} = \cos(\alpha)$$

Podstwiając następnie znane zależności otrzymano następne równanie:

$$S_2 = S_3 \cdot \cos(\alpha)$$

Teraz układ 3 równań z 3 niewidomymi można rozwiązać otrzymując:

$$S_3 = \frac{P}{1 + 2\cos^2(\alpha)}$$

$$S_1 = S_2 = \frac{P\cos(\alpha)}{1 + 2\cos^2(\alpha)}$$

Znajomość występującej siły w pretach $S_1, S_2, S_3,$ pozwala wyznaczyć panujące w nich naprężenia. Największa siła wystepuje w pręcie 3 – przy jednakowych przekrojach prętów tam też wystąpią największe naprężenia

$$\sigma = \frac{S_3}{A} \le k_r$$

dobierając materiał pręta, znamy jego własności – wytrzymałość na rozciąganie k_r, możemy zatem,

korzystając z podanej powyżej zależności wyznaczyć pole przekróju zastosowanego pręta.
W przypadku gdy mamy do czyniena z prętem o przekroju okrągłym jego pole przekroju wynosi

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Po przekształceniach

$$d \geq \sqrt{\frac{4 \cdot P}{\pi \cdot k_r \cdot [1 + 2\cos^2(\alpha)]}}$$

a przemieszczenie punktu A wynosi :

$$\Delta l_3 = \frac{P \cdot l \cdot \cos(\alpha)}{E \cdot A \cdot [1 + 2\cos^2(\alpha)]}$$