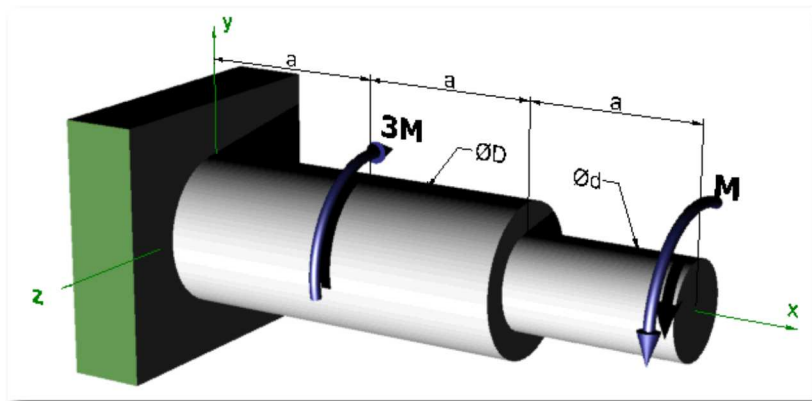
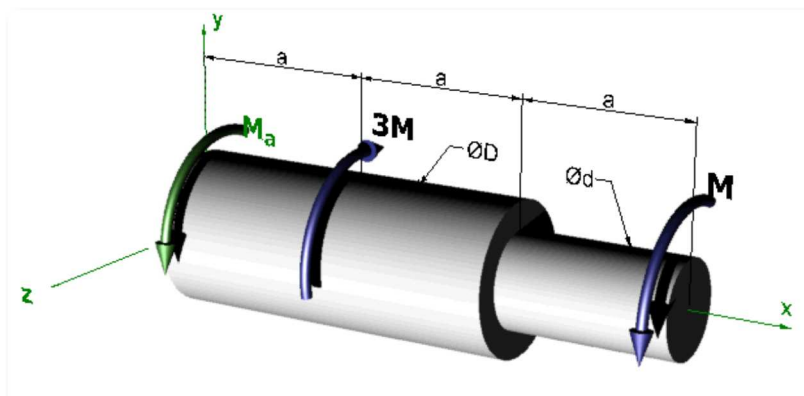


Dla wału przedstawionego na rysunku i obciążonego w podany sposób wyznaczyć wykresy momentów skręcających, naprężeń tnących oraz obliczyć kąt skręcenia wału.



$M = 1 \text{ kNm}$
 $a = 150 \text{ mm}$
 $d = 40 \text{ mm}$
 $D = 60 \text{ mm}$
 $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$
 $k_s = 80 \text{ MPa}$

Po uwolnieniu od więzów wał obciążony jest w następujący sposób:



Równanie równowagi dla wału obciążonego w sposób przedstawiony na rysunku jest następujące:

$$\sum M_{ix} = M_A - 3M + M = 0$$

W każdym z przedziałów występują naprężenia

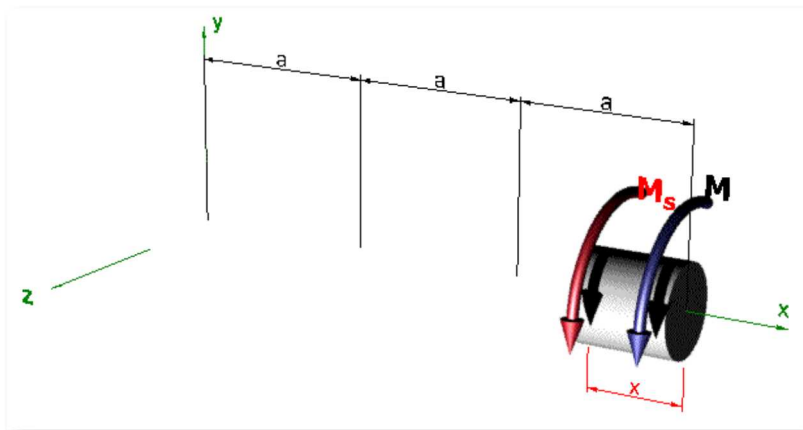
$$\tau = \frac{M_s}{J_o} \rho$$

oraz obliczamy kąt skręcenia

$$\varphi = \frac{M_s a}{G J_o}$$

W poszczególnych przedziałach wału działają następujące momenty skręcające:

dla $0 < x < a$



$$M_s = -M = -1 \text{ kNm}$$

gdy:

$$J_{o2} = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$\rho = \frac{d}{2}$$

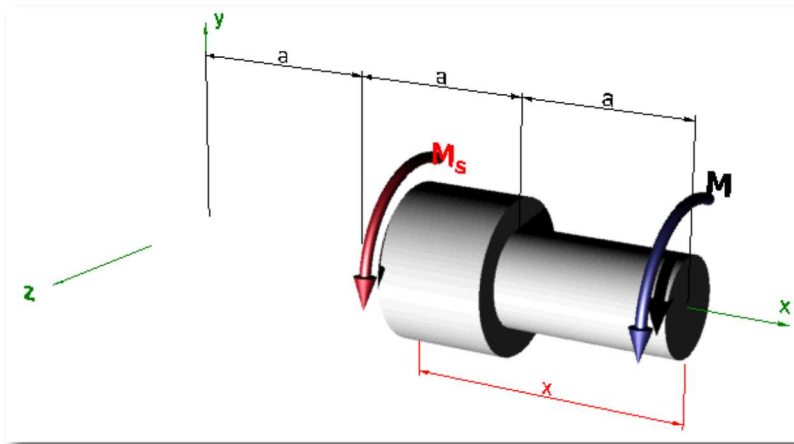
po podstawieniu:

$$\tau_1 = \frac{16 M}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 1000 \text{ Nm}}{\pi (0.04 \text{ m})^3} = 79.6 \text{ MPa}$$

$$\varphi_1 = \frac{32 M a}{G \pi d^4} = \frac{32 \cdot 1000 \text{ Nm} \cdot 0.15 \text{ m}}{8 \cdot 10^4 \text{ MPa} \cdot \pi \cdot (0.04 \text{ m})^4}$$

$$\varphi_1 = 7.5 \cdot 10^{-3} \text{ rd} = 0.43^\circ$$

dla $a < x < 2a$



$$M_s = -M = -1 \text{ kNm}$$

gdy:

$$J_{o1} = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$\rho = \frac{D}{2}$$

po podstawieniu:

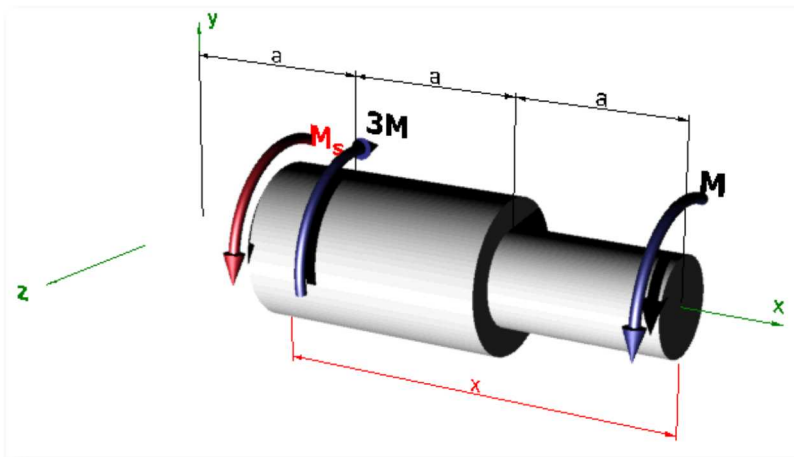
$$\tau_2 = \frac{16 M}{\pi D^3} = \frac{16 \cdot 1000 \text{ Nm}}{\pi (0.06 \text{ m})^3} = 23.6 \text{ MPa}$$

a

$$\varphi_2 = \frac{32 M a}{G \pi D^4} = \frac{32 \cdot 1000 \text{ Nm} \cdot 0.15 \text{ m}}{8 \cdot 10^4 \text{ MPa} \cdot \pi \cdot (0.06 \text{ m})^4}$$

$$\varphi_2 = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ rd} = 0.08^\circ$$

dla $2a < x < 3a$



$$M_s = -M + 3M = 2M = 2 \text{ kNm}$$

gdy:

$$J_{o1} = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$\rho = \frac{D}{2}$$

po podstawieniu:

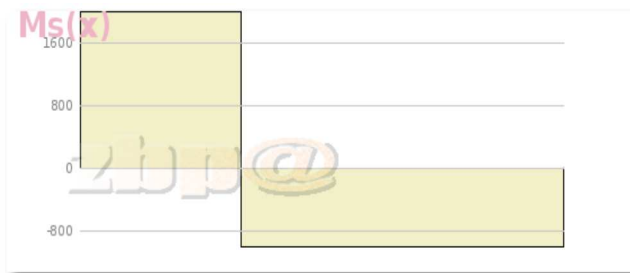
$$\tau_3 = \frac{16 M}{\pi D^3} = \frac{16 \cdot 2000 \text{ Nm}}{\pi (0.06 \text{ m})^3} = 47.2 \text{ MPa}$$

a

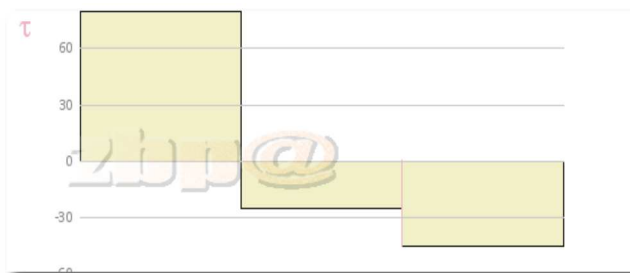
$$\varphi_3 = \frac{32 M a}{G \pi D^4} = \frac{32 \cdot 2000 \text{ Nm} \cdot 0.15 \text{ m}}{8 \cdot 10^4 \text{ MPa} \cdot \pi \cdot (0.06 \text{ m})^4}$$

$$\varphi_3 = 2.95 \cdot 10^{-3} \text{ rd} = 0.17^\circ$$

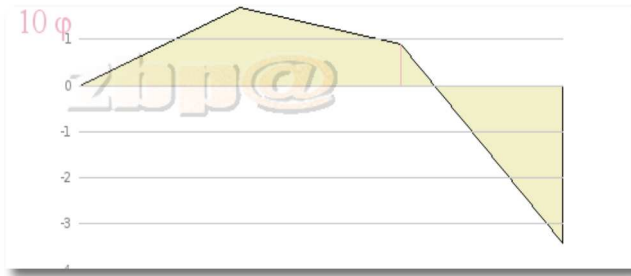
Obliczone wielkości momentów skręcających można przedstawić na wykresie



podobnie sporządzisz wykresy naprężeń skręcających



i kąty skręcenia w poszczególnych przedziałach



Całkowity kąt skręcenia wału φ_c wynosi:

$$\varphi_c = \varphi_3 + \varphi_2 + \varphi_1 = 0.17^\circ - 0.08^\circ - 0.43^\circ$$

$$\varphi_c = -0.34^\circ$$

Równocześnie największe naprężenia spełniają warunek wytrzymałości:

$$\tau_{\max} = \tau_1 \leq k_s \quad !!!$$

$$79.6 \text{ MPa} \leq 80 \text{ MPa}$$