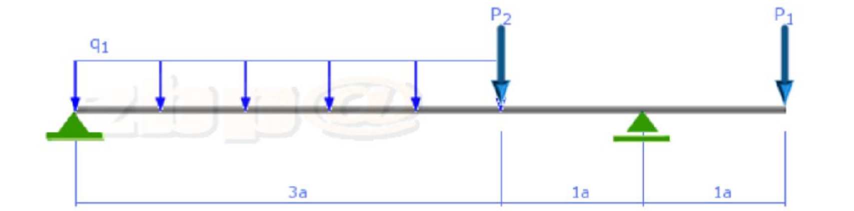
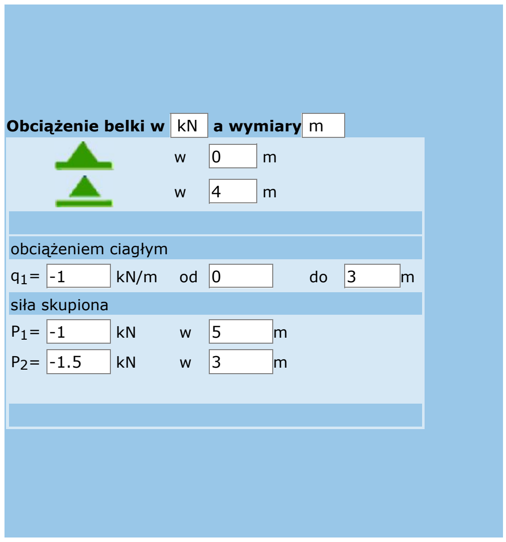
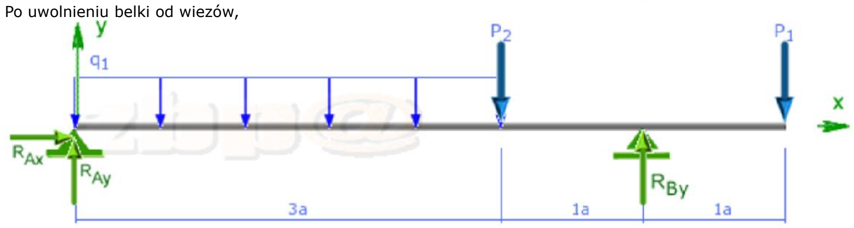
Dla belki przedstawionej na rysunku i obciążonej w podany sposób wyznaczyć* wykresy momentów gnących *i sił tnących.





Po uwolnieniu belki od wiezów,



$a = 1$ m
$q_1 = 1$ q
$P_1 = 1$ qa
$P_2 = 1.5$ qa

możemy napisać warunki równowagi

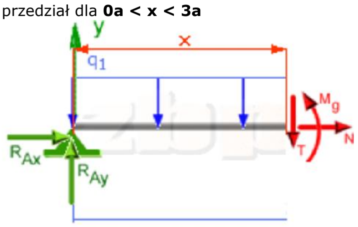
$\Sigma F_{ix} = +R_{Ax} = 0$
$\Sigma F_{iy} = -q_1 \cdot 3 \cdot a - P_1 - P_2 + R_{Ay} + R_{By} = 0$
$\Sigma M_{iA} = +q_1 \cdot 3 \cdot a \cdot 1.5 \cdot a + P_1 \cdot 5 \cdot a + P_2 \cdot 3 \cdot a - R_{By} \cdot 4 \cdot a = 0$

Wyznaczone reakcje z powyższego układu równań wynoszą:

$\mathbf{R_{Ax} = 0}$
$\mathbf{R_{Ay} = 2\ qa}$ (2 kN)
$\mathbf{R_{By} = 3.5\ qa}$ (3.5 kN)

W poszczególnych przedziałach momenty gnące i siły tnące przedstawiają nastepujące zależności:

przedział dla **0a < x < 3a**



$$M_g = +\frac{-q_1 \cdot x^2}{2} + R_A \cdot x$$

$$T = -q_1 \cdot x + R_{Ay}$$

Wykresem momentu gnącego jest parabola .
Należy sprawdzić czy w rozpatrywanym przedziale nie występuje jej ekstremum. Ekstemum funkcji wystąpi wówczas, gdy jej pochodna bedzie równa 0, zatem:

$$\frac{dM_g}{dx} = -q_1 \cdot x + R_{Ay} = 0$$

po przekształceniu

$$x = -\frac{+R_{Ay}}{-q_1}$$

po podstawieniu x=2a (2 m)

w rozpatrywanym przedziale dla $\mathbf{x_0 = 2\ a}$ (2 m) wystepuje ekstemum funkcji.

podstawiajac teraz do równań momentów gnących i sił tnących kolejno x = 0a, x = 2a, x = 3a
otrzymujemy dla kolejnych wartości x M_g i T.
gdy x =0a

$$M_g = +\frac{-q_1 \cdot 0a^2}{2} + R_A \cdot 0a$$

$$M_g = +\frac{-q_1 \cdot 0a^2}{2} + R_A \cdot 0a = 0\ qa^2$$

gdy x =3a

$$M_g = +\frac{-q_1 \cdot 3a^2}{2} + R_A \cdot 3a$$

$$M_g = +\frac{-q_1 \cdot 3a^2}{2} + R_A \cdot 3a = 1.5\ qa^2$$

2

gdy x =2a

$$M_g = + \frac{-q_1 \cdot 2a^2}{2} + R_A \cdot 2a$$

$$M_g = + \frac{-q_1 \cdot 2a^2}{2} + R_A \cdot 2a = 0\ qa^2$$

gdy x = 0a

$$T = -q_1 \cdot 0a + R_{Ay}$$

$$T = -q_1 \cdot 0a + 2\ qa = 2\ qa$$

gdy x = 3a

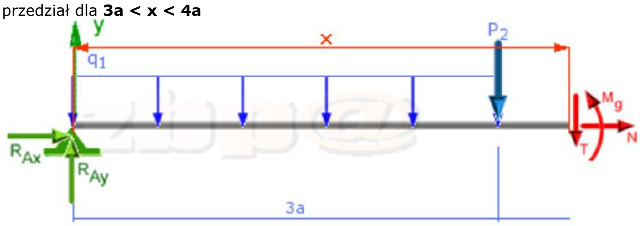
$$T = -q_1 \cdot 3a + R_{Ay}$$

$$T = -q_1 \cdot 3a + 2\ qa = -1\ qa$$

Obliczone wartości momentów gnących sił tnących umieszczono w tabeli

x (m)	M_g (kNm)	T (kN)
0a (0)	0 qa^2 (0)	2 qa (2)
2a (2)	2 qa^2 (2)	0 qa (0)
3a (3)	1.5 qa^2 (1.5)	-1 qa (-1)

przedział dla **3a < x < 4a**



$$M_g = -q_1 \cdot 3 \cdot a \cdot (x - 1.5 \cdot a) - P_2 \cdot (x - 3 \cdot a) + R_{Ay} \cdot x$$

$$T = -q_1 \cdot 3 \cdot a - P_2 + R_{Ay}$$

podstawiajac teraz do równań momentów gnących i sił tnących kolejno x = 3a, x = 4a otrzymujemy dla kolejnych wartości x M_g i T.

gdy x =3a

$$M_g = -q_1 \cdot 3 \cdot a \cdot (3a - 1.5 \cdot a) - P_2 \cdot (3a - 3 \cdot a) + R_{Ay} \cdot 3a$$

$$M_g = -q_1 \cdot 3 \cdot a \cdot (3a - 1.5 \cdot a) - 1.5\ qa \cdot (3a - 3 \cdot a) + 2\ qa \cdot 3a = 1.5\ qa^2$$

gdy x =4a

$$M_g = -q_1 \cdot 3 \cdot a \cdot (4a - 1.5 \cdot a) - P_2 \cdot (4a - 3 \cdot a) + R_{Ay} \cdot 4a$$

$$M_g = -q_1 \cdot 3 \cdot a \cdot (4a - 1.5 \cdot a) - 1.5\ qa \cdot (4a - 3 \cdot a) + 2\ qa \cdot 4a = -1\ qa^2$$

gdy x = 3a i x = 4a

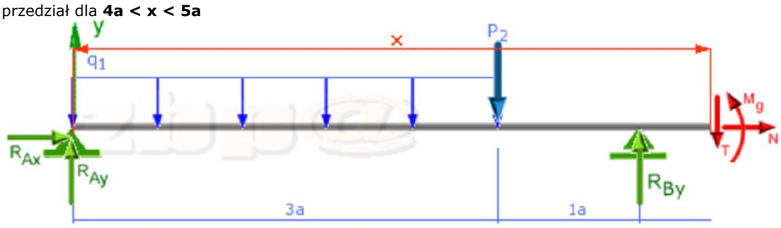
$$T = -q_1 \cdot 3 \cdot a - P_2 + R_{Ay}$$

$$T = -q_1 \cdot 3 \cdot a - 1.5\ qa + 2\ qa = -2.5\ qa$$

Obliczone wartości momentów gnących sił tnących umieszczono w tabeli

x (m)	M_g (kNm)	T (kN)
3a (3)	1.5 qa^2 (1.5)	-2.5 qa (-2.5)
4a (4)	-1 qa^2 (-1)	-2.5 qa (-2.5)

przedział dla **4a < x < 5a**



$$M_g = -q_1 \cdot 3 \cdot a \cdot (x - 1.5 \cdot a) - P_2 \cdot (x - 3 \cdot a) + R_{Ay} \cdot x + R_{By} \cdot (x - 4 \cdot a)$$

$$T = -q_1 \cdot 3 \cdot a - P_2 + R_{Ay} + R_{By}$$

podstawiajac teraz do równań momentów gnących i sił tnących kolejno x = 4a, x = 5a
otrzymujemy dla kolejnych wartości x M_g i T.

gdy x =4a

$$M_g=-q_1\cdot 3\cdot a\cdot(4a-1.5\cdot a)-P_2\cdot(4a-3\cdot a)+R_{Ay}\cdot 4a+R_{By}\cdot(4a-4\cdot a)$$

$$M_g=-q_1\cdot 3\cdot a\cdot(4a-1.5\cdot a)-1.5\ qa\cdot(4a-3\cdot a)+2\ qa\cdot 4a+3.5\ qa\cdot(4a-4\cdot a) = -1\ qa^2$$

gdy x =5a

$$M_g=-q_1\cdot 3\cdot a\cdot(5a-1.5\cdot a)-P_2\cdot(5a-3\cdot a)+R_{Ay}\cdot 5a+R_{By}\cdot(5a-4\cdot a)$$

$$M_g=-q_1\cdot 3\cdot a\cdot(5a-1.5\cdot a)-1.5\ qa\cdot(5a-3\cdot a)+2\ qa\cdot 5a+3.5\ qa\cdot(5a-4\cdot a) = 0\ qa^2$$

gdy x = 4a i x = 5a

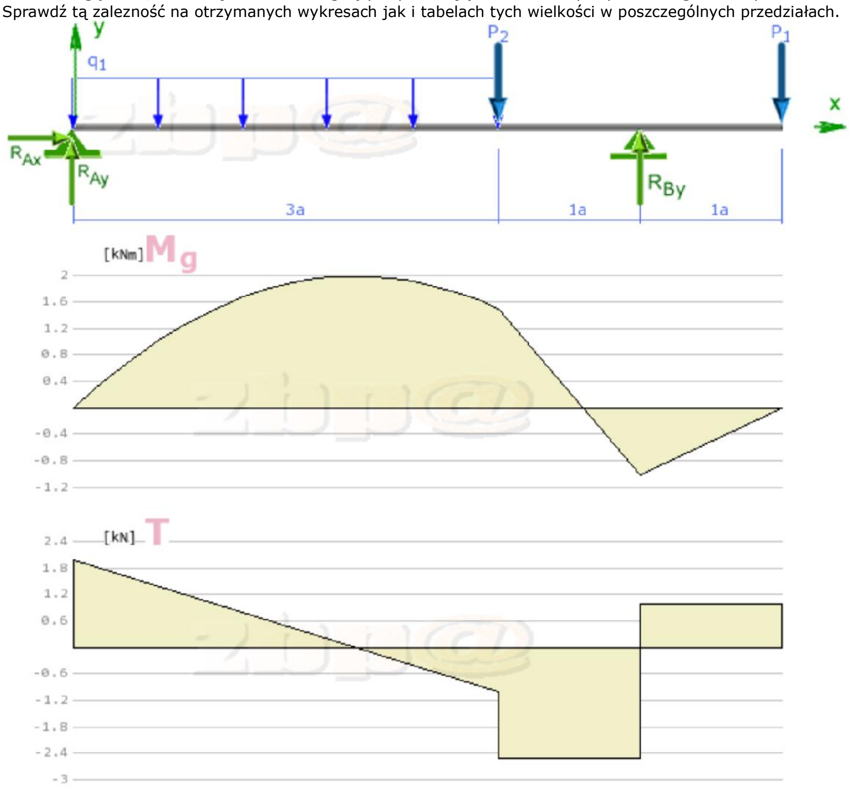
$$T=-q_1\cdot 3\cdot a-P_2+R_{Ay}+R_{By}$$

$$T=-q_1\cdot 3\cdot a-1.5\ qa+2\ qa+3.5\ qa = 1\ qa$$

Obliczone wartości momentów gnących sił tnących umieszczono w tabeli

x (m)	M_g (kNm)	T (kN)
4a (4)	-1 qa^2 (-1)	1 qa (1)
5a (5)	0 qa^2 (0)	1 qa (1)

Po określeniu momentów gnących, sił tnących w poszczególnych przedziałach pora na sporządzenie wykresów tych wielkosci.
Zwróć uwagę na to, że funkcje momentów gnących posiadają ekstrema w tych punktach gdzie ich pochodne równe sa 0. Odpowiada to miejscom w których siła tnąca równa jest 0.
Sprawdź tą zaleznosć na otrzymanych wykresach jak i tabelach tych wielkości w poszczególnych przedziałach.



Dla obciążonej w podany sposób belki możesz również wyznaczyć;

- maksymalne naprężenia które w niej występują, bądź zprojektować wymagany przekrój belki,
- linię ugięcia belki jak i jej kąty obrotu, wykorzystując metodę Clebscha,
- strzałkę ugięcia belki wybranym miejscu, wykorzystując metodę Castgliano.