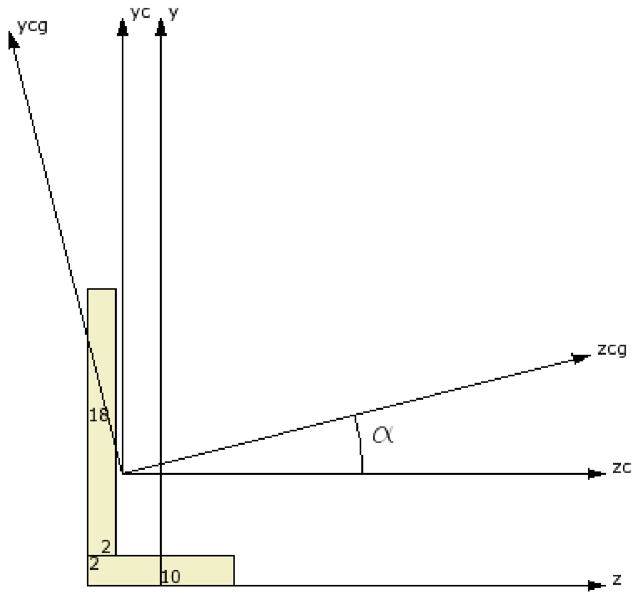
Wyznacz parametr przekroju b zginanej belki. Jej przekrój przedstawiono na rysunku. Moment M_g działa w 1 płaszczyźnie,
M_g= 5.2 kNm i tworzy z płaszczyzną O_{xy} kąt β= 0 °.

Dane przekroju przedstwionego na rysuknu podano w tabeli dla poszczególnych pól. Wyznaczono tez położenia środków ciezkości poszczególnych pól.



i	z_{ci}	y_{ci}	b_i	h_i	A	A_i
1	0.00 b	1.00 b	10.00 b	2.00 b	$b_1 \cdot h_1$	20.00 b^2
2	-4.00 b	11.00 b	2.00 b	18.00 b	$b_2 \cdot h_2$	36.00 b^2
					A =	**56.00 b^2**

Współrzedne środka cieżkości przekroju wyznaczono z zależności:

$$z_C = \frac{\sum_{i=1}^{i=2} A_i z_{ci}}{\sum_{i=1}^{i=2} A_i} = \frac{S_y}{\sum_{i=1}^{i=2} A_i}$$

$$z_C = \frac{A_1 \cdot z_{c1} + A_2 \cdot z_{c2}}{+A_1 + A_2}$$

$$z_C = \frac{20b^2 \cdot 0b + 36b^2 \cdot (-4b)}{+20b^2 + 36b^2}$$

$$z_C = \ -2.57\ b$$

analogicznie:

$$y_C = \frac{\sum_{i=1}^{i=2} A_i y_{ci}}{\sum_{i=1}^{i=2} A_i} = \frac{S_z}{\sum_{i=1}^{i=2} A_i}$$

$$y_C = \frac{A_1 \cdot y_{c1} + A_2 \cdot y_{c2}}{+A_1 + A_2}$$

$$y_C = \frac{20b^2 \cdot 1b + 36b^2 \cdot 11b}{+20b^2 + 36b^2}$$

$y_c = \; 7.43\,b$

Momenty bezwładności:

$$J_{zc} = J_{zc1} + a_1^2 \cdot A_1 + J_{zc2} + a_2^2 \cdot A_2$$

$$J_{zc} = +\frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} + (y_{c1} - y_c)^2 \cdot A_1 + \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} + (y_{c2} - y_c)^2 \cdot A_2$$

$$J_{zc} = +\frac{10.00b \cdot (2b)^3}{12} + (1.00b - 7.43b)^2 \cdot 20.00b^2 + \frac{2.00b \cdot (18b)^3}{12} + (11.00b - 7.43b)^2 \cdot 36.00b^2$$

$$J_{zc} = +833.20b^4 + 1{,}431.18b^4$$

$$\mathbf{J_{zc} = 2{,}264.38\, b^4}$$

$$J_{yc} = J_{yc1} + a_1^2 \cdot A_1 + J_{yc2} + a_2^2 \cdot A_2$$

$$J_{yc} = +\frac{h_1 \cdot b_1^3}{12} + (z_{c1} - z_c)^2 \cdot A_1 + \frac{h_2 \cdot b_2^3}{12} + (z_{c2} - z_c)^2 \cdot A_2$$

$$J_{yc} = +\frac{2 \cdot (10b)^3}{12} + (0.00b - (-2.57b))^2 \cdot 20.00b^2 + \frac{18 \cdot (2b)^3}{12} + (-4.00b - (-2.57b))^2 \cdot 36.00b^2$$

$$J_{yc} = +298.91b^4 + 85.47b^4$$

$$\mathbf{J_{yc} = 384.38\, b^4}$$

Moment dewiacji:

$$J_{zcyc} = J_{zc1yc1} + a_1 \cdot \beta_1 \cdot A_1 \quad J_{zc2yc2} + a_2 \cdot \beta_2 \cdot A_2$$

$$J_{zcyc} = +(z_{c1} - z_c) \cdot (y_{c1} - y_c) \cdot A_1 + (z_{c2} - z_c) \cdot (y_{c2} - y_c) \cdot A_2$$

$$J_{zcyc} = +(0.00b - (-2.57b)) \cdot (1.00b - 7.43b) \cdot 20.00b^2 + (-4.00b - (-2.57b)) \cdot (11.00b - 7.43b) \cdot 36.00b^2$$

$$J_{zcyc} = -330.61b^4 - 183.67b^4$$

$$\mathbf{J_{zcyc} = -514.29\, b^4}$$

kat miedzy osią główna centralną ($Oz_{cg}y_{cg}$) a osią centralną (Oz_cy_c)

$$\operatorname{tg} 2a = \frac{2\,J_{zcyc}}{J_{zc} - J_{yc}}$$

$$2a = \operatorname{arctg} \frac{2 \cdot (-514.29)}{2264.38 - 384.38}$$

$$\text{i } a = -14.34^o$$

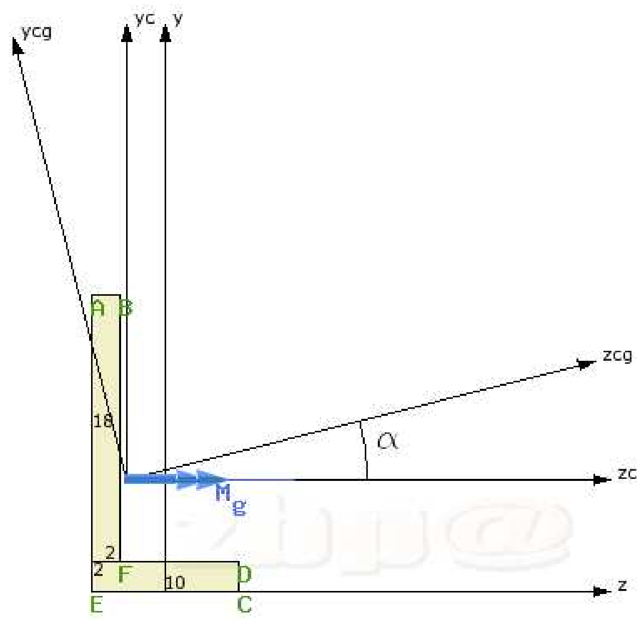
Główne centralne momenty bezwładności wynoszą:

$$J_1 = \frac{J_{zc} + J_{yc}}{2} + \sqrt{\left(\frac{J_{zc} - J_{yc}}{2}\right)^2 + J_{zcyc}^{\;2}}$$

$$J_2 = \frac{J_{zc} + J_{yc}}{2} - \sqrt{\left(\frac{J_{zc} - J_{yc}}{2}\right)^2 + J_{zcyc}^{\;2}}$$

$$J_{zcg} = J_1 = \frac{2264.381\ b^4 + 384.381\ b^4}{2} + \sqrt{\left(\frac{2264.381\ b^4 - 384.381\ b^4}{2}\right)^2 + (-514.2857\ b^4)^2} = 2395.8705\ b^4$$

$$J_{ycg} = J_2 = \frac{2264.381\ b^4 + 384.381\ b^4}{2} - \sqrt{\left(\frac{2264.381\ b^4 - 384.381\ b^4}{2}\right)^2 + (-514.2857\ b^4)^2} = 252.8914\ b^4$$



Wyznaczone wcześniej współrzędne środka ciężkości przekroju w układzie współrzędnych Oxy są następujące:
$z_C=-2.57b$ i $y_C=7.43b$

Pozostałe (oznaczone ()=A,B,C,D,E,F) punkty przekroju w układzie współrzędnych Ox_Cy_C są następujące
$z_{C()}=z_{()}-z_C$
$y_{C()}=y_{()}-y_C$

w obróconym o kąt $\alpha=14.34^0$ układzie współrzędnych $Ox_{cg}y_{cg}$ poszczególne współrzędne punktów transformują się z układu współrzędnych Ox_Cy_C wg zależności
$z_{cg()}=z_{C()}\cos(\alpha)+y_{C()}\sin(\alpha)$
$y_{cg()}=-z_{C()}\sin(\alpha)+y_{C()}\cos(\alpha)$

punkt ()	Współrzędne punktu w układzie współrzędnych					
	Oxy		Ox_Cy_C		$Ox_{cg}y_{cg}$	
	x	y	x_C	y_C	x_{cg}	y_{cg}
A	-5.00*b*	20.00*b*	-2.43*b*	12.57*b*	0.76*b*	12.78*b*
B	-3.00*b*	20.00*b*	-0.43*b*	12.57*b*	2.70*b*	12.29*b*
C	5.00*b*	0.00*b*	7.57*b*	-7.43*b*	5.50*b*	-9.07*b*
D	5.00*b*	2.00*b*	7.57*b*	-5.43*b*	5.99*b*	-7.13*b*

E	-5.00*b*	0.00*b*	-2.43*b*	-7.43*b*	-4.19*b*	-6.60*b*
F	-3.00*b*	2.00*b*	-0.43*b*	-5.43*b*	-1.76*b*	-5.15*b*

Główne centralne momenty bezwładności dla przekroju to:

I_{zcg}=2395.87 b^4

I_{ycg}=252.89 b^4

Wykorzystując te momenty bezwładności naprężenia w poszczególnych punktach obliczamy z zależności

$$\sigma_{()} = M_g \left(\frac{z_{()}\cdot\sin(\alpha-\beta)}{I_{ycg}} + \frac{y_{()}\cdot\cos(\alpha-\beta)}{I_{zcg}}\right)$$

W wybranych punktach naprężenia wynoszą:

$$\sigma_A = 5.2\cdot10^6\cdot\left(\frac{0.76b\cdot\sin(14.34-0)}{252.89b^4} + \frac{12.78b\cdot\cos(14.34-0)}{2{,}395.87b^4}\right) = 30752.58\,\frac{1}{b^3}$$
$$\sigma_B = 5.2\cdot10^6\cdot\left(\frac{2.70b\cdot\sin(14.34-0)}{252.89b^4} + \frac{12.29b\cdot\cos(14.34-0)}{2{,}395.87b^4}\right) = 39580.13\,\frac{1}{b^3}$$
$$\sigma_C = 5.2\cdot10^6\cdot\left(\frac{5.50b\cdot\sin(14.34-0)}{252.89b^4} + \frac{-9.07b\cdot\cos(14.34-0)}{2{,}395.87b^4}\right) = 8912.56\,\frac{1}{b^3}$$
$$\sigma_D = 5.2\cdot10^6\cdot\left(\frac{5.99b\cdot\sin(14.34-0)}{252.89b^4} + \frac{-7.13b\cdot\cos(14.34-0)}{2{,}395.87b^4}\right) = 15510.34\,\frac{1}{b^3}$$
$$\sigma_E = 5.2\cdot10^6\cdot\left(\frac{-4.19b\cdot\sin(14.34-0)}{252.89b^4} + \frac{-6.60b\cdot\cos(14.34-0)}{2{,}395.87b^4}\right) = -35225.21\,\frac{1}{b^3}$$
$$\sigma_F = 5.2\cdot10^6\cdot\left(\frac{-1.76b\cdot\sin(14.34-0)}{252.89b^4} + \frac{-5.15b\cdot\cos(14.34-0)}{2{,}395.87b^4}\right) = -19799.88\,\frac{1}{b^3}$$

Gdy do obliczania naprężeń w poszczególnych punktach wykorzytujesz centralne momenty bezwładności to narpężenia wynoszą wówczas

$$\sigma_{()} = \frac{\mathcal{M}_{gz}\cdot y_{c()}}{I_{zc}} - \frac{\mathcal{M}_{gy}\cdot z_{c()}}{I_{yc}}$$

gdzie, we wzorze poszczególne wielkości są następujące

$$\frac{1}{\mathcal{K}} = 1 - \frac{J_{zcyc}{}^2}{I_{zc}\cdot I_{yc}}$$
$$\mathcal{M}_{gy} = \mathcal{K}\left(M_{gy} + M_{gz}\frac{J_{zcyc}}{I_{zc}}\right)$$
$$\mathcal{M}_{gz} = \mathcal{K}\left(M_{gz} + M_{gy}\frac{J_{zcyc}}{I_{yc}}\right)$$

$M_{gz}= M_g\cdot\cos(\beta)$

$M_{gy}= M_g\cdot\sin(\beta)$

Wyznaczając te wielkości

$$\frac{1}{\mathcal{K}} = 1 - \frac{(-514.29b^4)^2}{2{,}264.38b^4\cdot384.38b^4}$$

$\mathcal{K}$ = 1.437

M_{gz}= 5.2·cos(0) = 5.2 *kNm*

M_{gy}= 5.2·sin(0) = 0 *kNm*

$$\mathcal{M}_{gy} = 1.437\cdot\left(0 + 5.2\,\frac{-514.29b^4}{2{,}264.38b^4}\right)$$

$\mathcal{M}_{gy} = -2\ kNm$

$$\mathcal{M}_{gz} = 1.437\cdot(\ 5.2 + 0\ \frac{-514.29b^4}{384.38b^4})$$

$\mathcal{M}_{gz} = 7\ kNm$

możesz określić naprężenia w interesujących Cię punktach. Naprężenia te wynoszą

$$\sigma_A = \frac{7\cdot10^6\cdot12.57b}{2,264.38b^4} - \frac{-2\cdot10^6\cdot(\ -2.43b)}{384.38b^4} = 30752.58\ \frac{1}{b^3}$$

$$\sigma_B = \frac{7\cdot10^6\cdot12.57b}{2,264.38b^4} - \frac{-2\cdot10^6\cdot(\ -0.43b)}{384.38b^4} = 39580.13\ \frac{1}{b^3}$$

$$\sigma_C = \frac{7\cdot10^6\cdot(\ -7.43b)}{2,264.38b^4} - \frac{-2\cdot10^6\cdot7.57b}{384.38b^4} = 8912.56\ \frac{1}{b^3}$$

$$\sigma_D = \frac{7\cdot10^6\cdot(\ -5.43b)}{2,264.38b^4} - \frac{-2\cdot10^6\cdot7.57b}{384.38b^4} = 15510.34\ \frac{1}{b^3}$$

$$\sigma_E = \frac{7\cdot10^6\cdot(\ -7.43b)}{2,264.38b^4} - \frac{-2\cdot10^6\cdot(\ -2.43b)}{384.38b^4} = -35225.21\ \frac{1}{b^3}$$

$$\sigma_F = \frac{7\cdot10^6\cdot(\ -5.43b)}{2,264.38b^4} - \frac{-2\cdot10^6\cdot(\ -0.43b)}{384.38b^4} = -19799.88\ \frac{1}{b^3}$$

Maksymalne naprężenie musi spełniać warunek

$$\sigma = 39580.13\ \frac{1}{b^3} \le k_r = 140\ MPa$$

więc parametr przekroju

$$b \ge \sqrt[3]{\frac{39580.13}{k_r}} = \sqrt[3]{\frac{39580.13\ Nmm}{140\ \frac{N}{mm^2}}} = 6.6\ mm$$

Przyjmij więc paramatr przekroju jako b=7 *mm* (co odpowiada kątownikowi 70 X 140 X 14).